

令和5年度・個別学力検査

数 学 (理)

注 意 事 項

- 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 試験開始後、すべての解答用紙の氏名欄、受験番号欄に氏名(カタカナ)及び受験番号を記入しなさい。受験番号が正しく記入されていない場合は、採点できないことがあります。また、氏名(カタカナ)及び受験番号以外の文字、数字などは、絶対に記入してはいけません。
- 答案は解答用紙の各問題番号の欄に記入しなさい。
- 解答用紙の裏面には何も書いてはいけません。
- 試験終了後、問題冊子および下書き用紙は持ち帰りなさい。

答案ではことわりがない限り求める手順をわかりやすく説明しなさい。

令和5年度個別学力検査

総合生命理学部 後期日程
数学問題是真

名古屋市立大学 学生課入試係 052-853-8020

許可なしに転載、複製
することを禁じます。

◇M10(825-82)

1. 関数 $f(x) = \log(1 + x)$ ($x > -1$) とする。 a を正の実数とし、曲線 $C : y = f(x)$ 上の点 $P(t, f(t))$ ($0 < t < a$) における C の接線を ℓ とする。また直線 ℓ と x 軸, y 軸および直線 $x = a$ で囲まれる台形の面積を $S(t)$ とする。次の問いに答えよ。ただし、対数は自然対数とする。

(1) $S(t)$ を求めよ。

(2) $S(t)$ ($0 < t < a$) の最小値を求めよ。

(3) 極限値 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$ を求めよ。

(4) (2) で求めた最小値を $m(a)$ とする。極限値 $\lim_{a \rightarrow +0} \frac{m(a)}{a^2}$ を求めよ。

2. スペード, クローバー, ダイヤ, ハート, ジョーカーの5種類の模様が描かれたカードがある。スペード, クローバー, ダイヤ, ハートの模様が描かれたカードは13枚ずつあり, それぞれ1から13のうちのすべて異なる1つの数字が書かれている。ジョーカーは1枚だけである。これら計53枚のカードが入っている中が見えない袋から, ジョーカーが出るまでカードを戻すことなく連続して取り出す。次の問い合わせよ。

- (1) 5枚目にジョーカーが取り出される確率を求めよ。
- (2) 5枚目にジョーカーが取り出されたという条件のもと, 1枚目から4枚目に取り出されたカードの種類がすべて異なる条件付き確率を求めよ。
- (3) 5枚目にジョーカーが取り出され, 1枚目から4枚目に取り出されたカードの種類がすべて異なっていたという条件のもと, 1枚目から4枚目に取り出されたカードの数字の和が17であるという条件付き確率を求めよ。

3. 平面において、点Oを中心とする半径1の円周上に異なる3点A, B, Cがある。 $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$,
 $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$, $\vec{c} = \overrightarrow{OC}$ とおくとき、

$$2\vec{a} + 3\vec{b} + 4\vec{c} = \vec{0}$$

が成り立つとする。次の問い合わせよ。

- (1) 内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$, $\vec{b} \cdot \vec{c}$, $\vec{c} \cdot \vec{a}$ をそれぞれ求めよ。
(2) $\triangle ABC$ の面積を求めよ。

4. 数列 $\{a_n\}$ は、初項からの並びが、

$$1, 1, 1, 3, 3, 1, 1, 5, 3, 3, 5, 1, 1, 7, 3, 5, 5, 3, 7, 1, 1, 9, 3, 7, \dots$$

となっており、 $i = 1, 2, 3, \dots$ としたとき以下の規則に従っているものとする。

- $a_1 = a_2 = 1$
- $a_{2i} = 1$ のとき、 $a_{2i+1} = 1$ かつ $a_{2i+2} = a_{2i-1} + 2$
- $a_{2i} \neq 1$ のとき、 $a_{2i+1} = a_{2i-1} + 2$ かつ $a_{2i+2} = a_{2i} - 2$

次の問い合わせよ。

(1) $a_n = 99$ となる最小の n を求めよ。

(2) a_{120} を求めよ。

(3) a_1 から a_{2023} までの和を求めよ。